

图象分割中随机噪声的影响

杨文杰 刘浩学 秦 炼 王子美

(北京印刷学院研究所图象中心 北京 102600)

摘 要 该文在生成的灰度图象上加上随机噪声,用最大后验(MAP)估计方法、模糊C-均值方法和 Otsu 阈值方法进行分割计算,对结果进行了对比分析,绘出了分割误差随噪声的标准差变化曲线,对噪声图象使用了不同的滤波方法处理之后,并进行计算。

关键词 图象分割,最大后验估计,模糊分类,阈值

1 引 言

图象分割是图象解释中重要的一个方面,其方法很多^[1,2],各有其特点,但没有一种方法对所有的图象分割都有效,尤其当被处理的图象质量不太好,如光照不均,随机噪声等的影响。这种图象可用一种较通用的数学模型表示:

$$G = H(S) * N \quad (1)$$

其中, G 表示观测到的图象; S 表示原图象; $H(S)$ 表示如光照等系统原因对图象的影响; N 为随机噪声,算符 $*$ 表示乘或加性运算。对一种较简单的模型 $G = S + N$, 它是均匀的图象上加上随机噪声,该文考虑的就是这种模型,并在众多类型的图象分割方法中,选择有代表性的3种: MAP 估计方法、模糊C-均值方法和 Otsu 阈值方法分析噪声对它们的影响。

2 计算方法

2.1 MAP 估计方法

这种方法是利用 Markov 随机场模型建立先验概率 $P(S)$, 然后把对图象的分割变为一个对最大后验(MAP)概率 $P(S|G)$ 的估计问题,即求出使 $P(S|G)$ 达到最大的 S , 记此 S 为 \bar{S} , 简记为:

$$\bar{S} = \text{Arg max}_S P(S|G)$$

其中 \bar{S} 为输出结果。此式等价于如下极值计算:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \text{Arg max}_S \ln P(S, G) \\ &= \text{Arg max}_S [\ln (P(G|S)) + \ln (P(S))] \end{aligned} \quad (2)$$

$P(G|S)$ 的含义是指在已知 S 时, G 的概率分布,这主要是由噪声 N 的作用,因此可假定为服从 $N(\mu,$

$\sigma^2)$ 的高斯分布。对计算 MAP 估计问题有不同的方法,如模拟退火方法,EM 方法等等, Hansen 对先验概率进行了简单的假设,并两次使用了动态规划方法计算^[3], Derin 等也使用了动态规划方法计算 MAP 问题^[4], 但其在计算先验概率时需对描述 Markov 随机场模型的参数进行估计,这需较复杂的计算。该文在计算时,采用了 Hansen 对先验概率进行的简单假设, Derin 等使用的动态规划方法计算 MAP 问题,较易实现,且计算结果也较满意。其计算公式如下。

设原图象 $S = \{S_{ij} : 1 \leq i \leq N_1, 1 \leq j \leq N_2\}$ 为灰度图象,其灰度值仅为 r_1, r_2 , 记网格点集 S_1, S_2 分别为:

$$S_1 = \{(i, j) : S_{ij} = r_1\}, \quad S_2 = \{(i, j) : S_{ij} = r_2\}$$

若 S 的一个估计仍记为 S , 把 $\ln P(G|S)$ 和 $\ln P(S)$ 写成离散形式,则有下式:

$$\begin{aligned} \ln P(S, G) &= C + \sum_{(i, j) \in S_1} \left[\ln P_{i1} - \frac{1}{2\sigma^2} (g_{ij} - r_1)^2 \right] \\ &+ \sum_{(i, j) \in S_2} \left[\ln P_{i2} - \frac{1}{2\sigma^2} (g_{ij} - r_2)^2 \right] \end{aligned} \quad (3)$$

其中 C 为与最大化计算无关的一个常数; P_{ijk} 为 Markov 场的转移概率,在此处 $k = 1, 2$, 若近似 P_{ijk} 为:

$$P_{ijk} = R_{ijk} \cdot C_{ijk} \quad (4)$$

其中 $C_{ijk} = P(S_{ij} = r_k | S_{i-1, j})$, $R_{ijk} = P(S_{ij} = r_k | S_{i, j-1})$, 即在 (i, j) 点的概率仅与相邻的 $(i-1, j)$ 和 $(i, j-1)$ 两点有关,式(3)可以改写为迭代的方式:

$$l_0 = C$$

$$l_j = l_{j-1} + \sum_{(i,j) \in S_j'} \left[\ln P_{i/j1} - \frac{1}{\sigma^2} (g_{ij} - r_1)^2 \right] + \sum_{(i,j) \in S_j'} \left[\ln P_{i/j2} - \frac{1}{\sigma^2} (g_{ij} - r_2)^2 \right] \quad (5)$$

⋮

$$l_{N_2} = \ln P(S, G)$$

其中 $S_k^j = \{(i, j) : S_{ij} = r_k, 1 \leq i \leq N_1\}$, $k = 1, 2$; $j = 1, 2, \dots, N_2$ 。在估计中, 对图象的每一点都有两种取值, 每列都有 2^M 种可能的分割, 因此状态空间为 2^M 维。这使得在用向前的动态规划算法求解时, 其计算量太大, 故在实现时, 采用的是 Derin 的在带状区域 $D \times N_2$ ($D \ll N_1$) 上使用动态规划算法实现的, 此时状态空间为 2^D 维, 当所有的带状区域处理完得到的次最优解的效果也很好。

2.2 模糊 C-均值方法^[5]

这是一种在给定的参数情况下的局部最优算法。记被分类集合 $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ 具有 n 个样本, 其中每个样本 g_i 都有 m 个特征指标:

$$g_i = (g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{im}),$$

在模糊分类中, 样本 g_k 以一定的隶属度属于某类, 这样的分类结果所对应的分类矩阵就是模糊矩阵 $R = (r_{ik})_{cn}$, 其中 $r_{ik} \in [0, 1]$, 且有 $\sum_{i=1}^c r_{ik} = 1$ 和 $\sum_{k=1}^n r_{ik} > 0$ 。要将样本分为 c 类 ($2 \leq c \leq n$), 记 c 个聚类中心向量为:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1m} \\ V_{21} & V_{22} & \dots & V_{2m} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ V_{c1} & V_{c2} & \dots & V_{cm} \end{bmatrix}$$

为了得到最优分类, 需使如下目标函数达到极小值:

$$J(R, V) = \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^n (r_{ik})^q \|g_k - V_i\|^2 \quad (6)$$

$\|\cdot\|$ 为表示度量的范数; q 为大于 0 的参数; r_{ik} 为模糊分类矩阵 R 中的元素。给定参数 c, q , 迭代允许误差 ε , 及初始模糊分类矩阵 R^0 , 通过迭代不断地计算聚类中心向量 $V^{(l)}$ 和更新模糊分类矩阵 $R^{(l)}$:

$$V_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^n (r_{ik}^{(l)})^q \cdot g_k}{\sum_{k=1}^n (r_{ik}^{(l)})^q}$$

$$r_{ik}^{(l+1)} = 1 / \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|g_k - V_i^{(l)}\|}{\|g_k - V_j^{(l)}\|} \right)^{\frac{2}{q-1}} \right] \quad (\forall i, \forall k)$$

其中 (l) 表示第 l 次迭代, 直至相邻两次计算的模糊分类矩阵的差的度量小于允许误差 ε , 然后输出最后的模糊分类矩阵 R , 根据它来判别样本 g_k 对哪一类的隶属度最大, 就将此样本归于哪一类, 从而完成图象的分割。

2.3 Otsu 阈值化分类^[6]

Otsu(1978) 根据图象的直方图提出了类判别方法自动选取阈值, 在众多的通过阈值化进行图象分割的方法中能取得较好的分割效果。

记 N_1, N_2 分别为图象的最小和最大灰度值, 由输入图象计算出灰度直方图 $P(i)$ 及灰度均值 μ_T :

$$\mu_T = \sum_{i=N_1}^{N_2} i \cdot P(i)$$

然后计算类均值 μ_k 及类直方图 ω_k :

$$\mu_k = \sum_{i=N_1}^k i \cdot P(i)$$

$$\omega_k = \sum_{i=N_1}^k P(i), \quad k = N_1, \dots, N_2,$$

则类分离指标 σ_B 为:

$$\sigma_B = \frac{(\mu_T \omega_k - \mu_k)^2}{\omega_k(1 - \omega_k)} \quad (7)$$

通过求出使 σ_B 达到最小的 k , 即可得到用于分割的阈值。

3 实验及分析

在求解 MAP 估计的问题中, 有几个因素影响计算结果。(1) 在计算先验概率时, 假设

$$\text{当象素 } (i, j-1) \in S_k \text{ 时, } R_{i,jk} = T,$$

$$\text{其它时, } R_{i,jk} = 1 - T;$$

$$\text{当象素 } (i-1, j) \in S_k \text{ 时, } C_{i,jk} = T,$$

$$\text{其它时, } C_{i,jk} = 1 - T.$$

因此需对参数 T 进行估计。(2) 在计算先验条件概率时, 算法中是假设随机噪声为服从 $N(\mu, \sigma^2)$ 分布的高斯型噪声, 这种假设具有较普遍的意义, 也能满足实际中的许多情况。(3) 信噪比的大小对分割的结果影响很大, 对二值图象, 其信噪比定义

为: $SNR = \frac{|r_1 - r_2|}{\sigma}$, 信噪比越大, 图象的分割效果

越好, 反之, 则越来越差, 当信噪比小到一定的值时, 这种方法的分割结果就没意义了。

模糊 C 均值方法获得的分类效果与初始模糊分类矩阵 R^0 , 迭代误差 ϵ , 参数 c, q 有关, 如果改变这些参数就可以得到不同的局部最优解, 不同的聚类结果。这种结果的好坏可通过一个称为聚类效果指标的参数 F 来评价:

$$F = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c r_{ik}^2$$

F 越接近 1, 最终的聚类的模糊性越小, 聚类效果越好。在该文的计算中仅采用了象素的灰度值作为特征指标进行分类。如果能选出有代表性的特征指标, 就会得到更好的聚类效果。

下面考虑噪音对 MAP 估计, 模糊 C-均值和 Otsu 阈值化 3 种分割方法的影响。

如图 1 所示的图象为 128×128 个象素, 图象

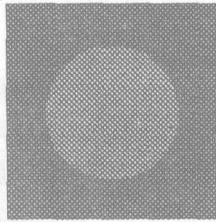


图 1 输入图象

Fig.1 Inputed image

的中心有一圆, 圆内外的灰度值分别为 $r_1 = 140, r_2 = 90$, 在其上加入标准差为 σ , 零均值的高斯随机噪声, 生成一组图象, 对这一组图象用如下方法进行分割计算, 其中各方法中的参数分别为: $T = 0.95, c = 2, q = 2, \epsilon = 0.001$, R^0 中的元素为 $[0, 1]$ 上的随机数, 但需满足每列元素的和为 1。对输出的分割结果计算被错分的象素个数与图象的总象素个数的比值 E , 以此值作为分割的误差来评价分割的效果。绘出横坐标为标准差 σ , 纵坐标为误差 E 的曲线图(如图 2), 图中 3 条曲线从上到下分别为用 Otsu 阈值, 模糊 C-均值和 MAP 估计方法进行分割而计算的误差变化曲线。由图可见, 当信噪比大于 5 时 ($\sigma < 10$), 3 种方法都能得到较好的分割结果, 但随 σ 的增加, 信噪比减小, 分割误差都逐渐增大, 且除 MAP 估计方法外, 另两种分割方法的误差上升幅度很大, 这说明 MAP 估计方法要比另两种分割方法的抗噪性强, 而简单的阈值分割的抗噪性最差。对于模糊 C-均值方法, 如果仅采用图象的灰度值作为其特征指标进行分割, 其效果与简单

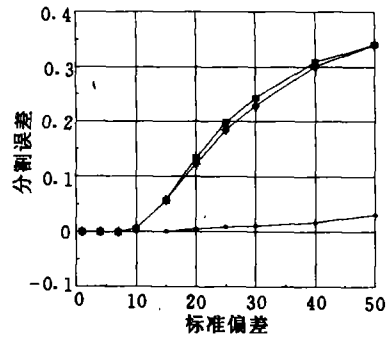


图 2 分割误差 E 随标准差 σ 变化的曲线

Fig.2 Curve of changing segmentation error E with deviation

阈值法差不多, 从计算的模糊聚类指标 F 的变化上也可看出, 随 σ 的增加, 聚类指标 F 逐渐减小, 即分割效果越来越差, 且迭代的次数 N 呈上升趋势。在计算量上 Otsu 方法最小, MAP 法较大。图 3(a) 为图 1 加上 $\sigma = 20$, 零均值的随机噪音的生成图象, 图 3(b) — (d) 分别为 Otsu, 模糊 C-均值和 MAP 方法的分割结果。由于是二值分割, 在图象显示时, 把其中的一类的灰度值置为 0, 另一类的灰度值置为 255。

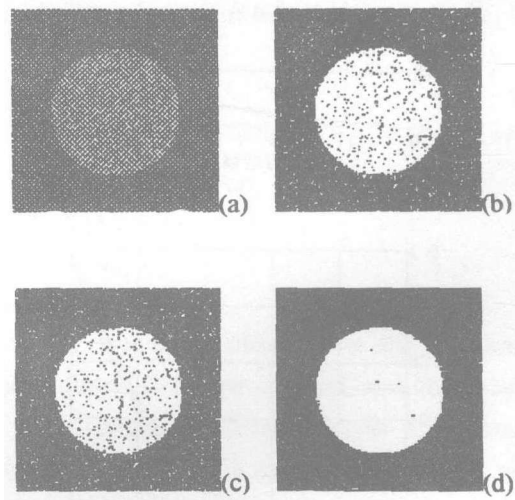


图 3 (a)在图 1 加 $\sigma = 20$ 的噪音的显示结果, (b) — (d)分别为 Otsu 阈值化, 模糊 C-均值和 MAP 估计方法的分割结果

Fig.3 (a)Image version of Fig.1 with noise $\sigma = 20$, (b), (c) and (d) are segmentation output with thresholding method by Otsu, fuzzy C-mean method and MAP estimate method respectively

如果对有随机噪声的图象，首先进行滤波处理，然后用如上方法分割，结果是不同的。下面采用 3 种简单的滤波方法。一种是邻域平均(M)，即对图象的每个象素(i, j)用其周围 8 个相邻象素灰度的均值替代。另一种是中值滤波(MF)。第三种滤波方法是条件邻域平均(CM)，它是先对每个象素算出邻域均值，求此均值与象素灰度值的差，如果差的绝对值大于一个阈值，此象素的灰度值就用其邻域均值代替(或用中值滤波滤掉)，这是对第一种

邻域平均的改进。为达到更好的滤波效果，可对滤波方法反复使用。该文对图 1 加入标准差为 σ 的随机噪声，生成一组图象，对这一组图象中的每一个分别用如上滤波方法(使用 2 次)进行滤波计算，然后对滤波的结果进行分割计算，分割误差 E 随标准差 σ 变化的结果见图 4，其中图 4(a)一(c)分别对应于邻域平均，中值滤波和条件邻域平均处理后，用上述 3 种分割方法进行分割所绘出的误差图，在每个图中 3 条曲线从上到下分别是用 Otsu 阈值，模糊 C-均值和 MAP 估计方法进行分割而计算的误差变化曲线。经过滤波后的分割结果与滤波前的比较，不论使用哪种滤波方法，错分的象素明显减小，这主要因为滤波使这种图象的信噪比大大增加。但由于不同的滤波方法的效果不一样，使得分割误差 E 的变化程度不同。可见，在进行图象分割之前采用合适的滤波方法进行处理是十分必要的。但有一点注意的是 CM 方法滤波后的分割结果并不比 M 方法滤波后的分割结果好(见图 4 中(a), (c))，尽管差别不是太大。这是因为在该文中，考虑的噪音是随机不相关的加性噪音，在各点上噪音是独立同分布的，因此使用 M 方法也能得到较好的效果，而 CM 方法是对图象中的象素有选择的进行邻域平均，其

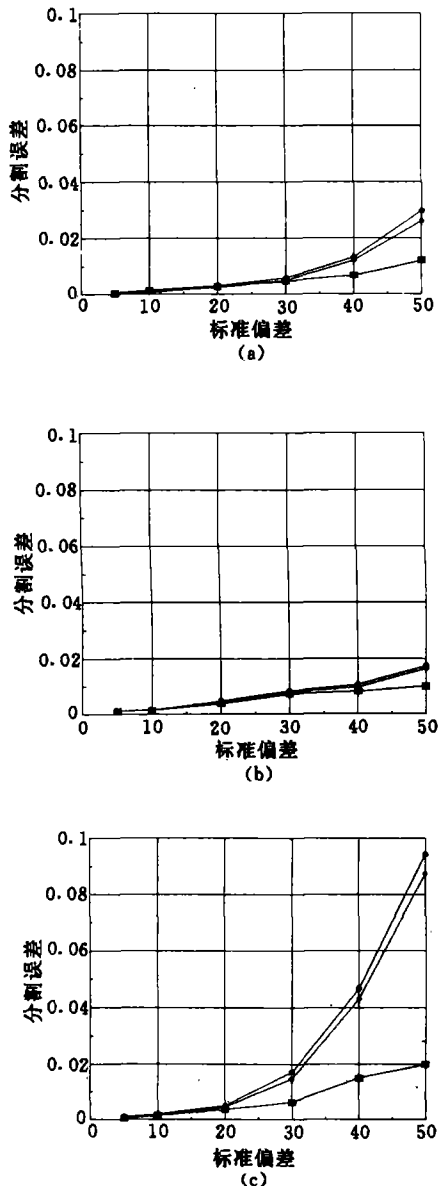


图 4 (a)一(c)分别为对 M, MF, 和 CM 方法处理的图象，分割误差随标准差变化的曲线

Fig.4 (a), (b) and (c) are curves of changing image segmentation error E with deviation after processing by M, MF and CM methods respectively.

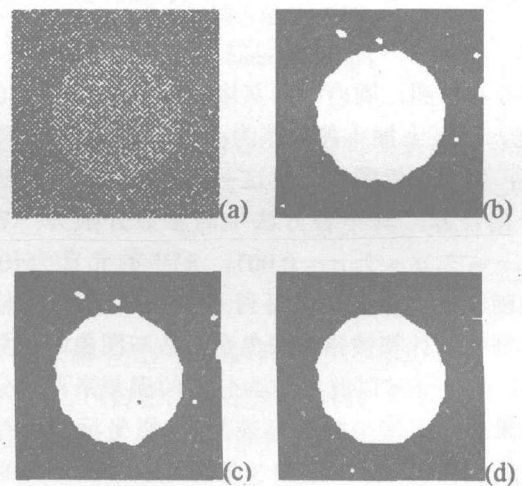


图 5 (a)在图 1 加的 $\sigma = 50$ 噪音的显示结果，(b)一(d)为对(a)使用中值滤波处理后再分别用 Otsu 阈值化，模糊 C-均值和 MAP 估计方法的分割结果

Fig.5 (a) Image version of Fig.1 with noise $\sigma = 50$, (b), (c) and (d) are segmentation output respectively with thresholding method by Otsu, fuzzy C-mean method and MAP estimate method after processing by median filter.

特点是对滤掉椒盐噪声效果较好, 且它在一定的程度上能保存具有较小灰度差的图象细节, 在此处, 其滤波后图象的信噪比没有 M 方法的高, 相应地, 分割的效果也稍差些。图 5(a)是在图 1 加上 $\sigma = 50$ 的随机噪声产生的图象, 然后对它进行 2 次中值滤波, 图 5(b) — (d) 分别为 Otsu, 模糊 C-均值和 MAP 方法计算的分割结果。

4 结 论

该文从实验的角度分析了随机噪声对图象分割方法的影响, 随着图象的信噪比的降低, 图象分割的误差增大, 其中以 Markov 随机场模型为基础的 MAP 估计方法具有较强的抗噪性, 该文使用的算法易实现, 且对随机噪声污染的图象的分割也得到了较好的结果。而 Otsu 的阈值法的抗噪性较差, 这种方法是以前图象的直方图为基础的, 只有当直方图有较易区分的沟谷时, 这种阈值法才可能得到较好的分割结果。对模糊 C-均值方法, 如果仅以图象的灰度值作为特征指标进行聚类, 不论初始模糊分类矩阵, 迭代误差等参数如何选取, 其分割图象的效果与阈值化方法相比, 也不是很好。如果图象经过滤波处理后, 再进行分割, 无论哪一种分割方法的效果都会改善, 但由于不同的滤波方法的处理效果不同, 使得分割效果改善的程度也不同, 因此, 针

对不同的分割方法采用适当的滤波预处理是很必要的, 文中未涉及到的问题, 如更一般的随机噪声, 非随机噪声对图象处理的影响, 有待于进一步的探讨。

参 考 文 献

- [1] P. K. Sahoo *et al.* A Survey of Thresholding Techniques, *Comp. Vision Graphics Image Process.* 1988, **41**: 233—260.
- [2] N. R. Pal *et al.* A Review on Image Segmentation Techniques. *Patt. Recog.*, 1993, **26**(9): 1277—1294.
- [3] F. R. Hansen, H. Elliott. Image Segmentation Using Simple Markov Field Models. *Comput. Graphics Image Process.*, 1982, **20**(2): 101—132.
- [4] H. Derin, H. Elliott. Modeling and Segmentation of Noisy and Textured Images Using Gibbs Random Fields. *IEEE Trans. on Patt. Anal. Machine Intell.*, 1987, **PAMA-9**(1): 39—55.
- [5] J. C. Bezdek. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms. Plenum Press, New York, 1981.
- [6] N. Otsu. A threshold selection method from gray-level histogram, *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.*, 1978, **SMC-8**: 62—66.

作 者 简 介

杨文杰, 生于 1966 年 11 月, 1992 年 3 月毕业于哈尔滨工业大学应用数学专业, 获硕士学位, 1995 年 11 月毕业于石油大学应用地球物理专业, 获博士学位, 现于北京印刷学院研究所图象中心工作, 主要从事信号图象数字处理及其新方法的研究和计算机应用软件开发方面的工作。

The Effect of Stochastic Noise on Image Segmentation

Yang Wenjie Liu Haoxue Qin Lian Wang Zimei

(Image Center of Beijing Institute of Printing)

Abstract In this paper, the segmentation is performed on images, which are obtained by the addition of stochastic noise, maximum a posterior (MAP) estimate method, fuzzy C-means method and thresholding method of Otsu. The analysis with contrast is done on their output, and the curves of changing segmentation error with standard variance are drawn. Then the same process is carried out on the noisy images which are filtered with different methods.

Key words Image segmentation, Maximum a posterior estimate, Fuzzy clustering, Threshold.